

Kurven erkunden und verstehen

Strophoide

$$r(x) = \frac{a}{\cos(x)} - a \tan(x)$$

Cissoide

$$r(x) = \frac{a}{\cos(x)} - 2a \cos(x)$$

Vielfältige Argumente und eigenes Erkunden
von Klasse 8 bis zum 8. Semester

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 1

Kurven erkunden und verstehen

- Mein Buch ist in Arbeit!

ab Winter 2016/17

Auf der Kurven-Website finden Sie diesen Vortrag und die interaktiven Dateien

Bis dahin
und Bereich
Kurven

www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 2

Strophoide Polargleichung

Grün: Beweglich, $Q=(u,v)$ auf Weg
Blau: geometrische Elemente
Rot: $P=(x,y)$, Ergebnis Ortskurve

Asymptote?
Sichere Punkte?

Polargleichung für den Weg
$$\rho = \frac{a}{\cos(\theta)}$$

Polargleichung Strophoide
$$r(\theta) = \rho - \overline{PQ_1} = \frac{a}{\cos(\theta)} - a \tan(\theta)$$

Da ist nichts weggelassen, die Beweise sind so kurz!
 $a \tan(\theta) = \overline{AQ_1} = \overline{PQ_1}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 4

Strophoide Polar-kartesische Sicht

$P = (r(\theta); \theta)$

$K = (\theta, r(\theta))$

$r(x) = \frac{2}{\cos(x)} - 2 \tan(x)$

$\theta = 0.7$

Original Konstr.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 5

Cisso-Polar-kartesische Sicht

$P = (r(\theta); \theta)$

$K = (\theta, r(\theta))$

$r(x) = \frac{a}{\cos(x)} - 2a \cos(x)$

$\theta = 1$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 6

Schleife 3 = ? ≠ Strophoide

Schleife 3 ist die Strophoide

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 7

Schleife 4 = ? ≠ Strophoide

Raster-Konstruktion klausurfähig

Schleife 4 ist die Strophoide

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 8

Strophoide = ? ≠ Schleife 5

Nach Weg 1 und Weg 5

Schleife 5 ist keine Strophoide

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 9

Strophoide = ? ≠ Schleife 2

Cissoiden

$r_{rot} = r_{blau} - r_{grün}$

und diese Polargleichung $r(\theta) = \frac{a}{\cos(\theta)} - 2a \cos(\theta)$ passt zu $(a-x)y^2 = (a+x)x^2$ der verschobenen Strophoide Die Strophoide ist eine spezielle Cissoide.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 10

Allgemeine geometrische Konstruktion der Cissoide

- Wanderkurve C_1 für Q beliebig
- Zweite Kurve C_2
- Fahrstrahl schneidet C_2 in E
- Vektor QE an O anhängen ergibt P

$r(\theta) = k(\theta) - \rho(\theta)$

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 11

Kurvengleichung $F(x,y)=0$ und 3D

$(y-x^2-a)(x^2+y^2-r^2)=0$
Der Graph der Produktkurve ist die Vereinigung der Punkte der Faktorkurven.

$(y-x^2-a)(x^2+y^2-r^2)=h$

Wenn hier keine 0 steht?

Dann hilft die 3D-Darstellung beim Verstehen

$z = f(x,y) = (y-x^2-a)(x^2+y^2-r^2) = 0$

produkt3D

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 12

Kurvengleichung $F(x,y)=0$ und 3D

$d(x,y) = (y-x^2-a)(x^2+y^2-r^2) = h$

$d(x,y) = (y-x^2)(x^2+y^2-1.5^2)$

$a=0$
 $r=1.5$
 $h=-0.72$

Gleichungen anzeigen

produkt3D

Mit drei Fenstern in GeoGebra!

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 13

3D-Darstellungen anderer Kurven

Konchoide

Durch Schnitte in anderer Höhe bilden sich Kurvenfamilien.
Doch manchmal kommt es anders als man denkt.

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 14

Kurven, alles ist mit allem verwoben

Wie führt man Kurven ein?	Wo sind Freiheiten zum Erkunden?	Was heißt „verstehen“ ?
Wie ermöglicht man Eigentätigkeit?	Welche Bezüge gibt es unter den Kurven?	Welche Werkzeuge sind hilfreich?

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 15

Meine Bücher

Dieses Buch war für „alle“, Vorlesung für alle unsere Erstis, 1500 Studierende aller Fächer. 600 farbige Bilder. Zumeist mit GeoGebra

Mein neues Buch „**Kurven erkunden und verstehen**“ soll die Lehrerausbildung in Mathematik bereichern. Es soll auch für Lehrer sein, die mehr „nahrhaftes Futter“ für ihre Schüler brauchen.

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 16

DENN Diagnose

Die Mathematiklehre leidet an akuter Magersucht.

Die Mathematiklehre ist schon so schlapp und kraftlos geworden, dass sie die jungen Menschen nicht durch's Studium tragen kann.

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 17

Wege zur Heilung

- Verleugnen wir nicht die Kraft der Mathematik, die in der **Verlässlichkeit bewiesener Aussagen** liegt.
- Wie müssen eine **vielfältige** Mathematik ermöglichen, in der Lernende **selbst** etwas vermuten und behaupten
- und dann lernen, **mathematisch zu argumentieren**.

Kurven sind einfach schön!

TRAUT EUCH!

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 18

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> Folie 19