

Klothoiden

und andere Anwendungen von Kurven

Interaktives Erkunden und Verstehen

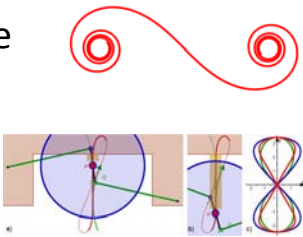



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 1

1. Die Klothoide

2. Technische Realisierungen

3. Kurven der Welt

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 2

Gerade Schiene ---- Kurven -Schiene



Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis

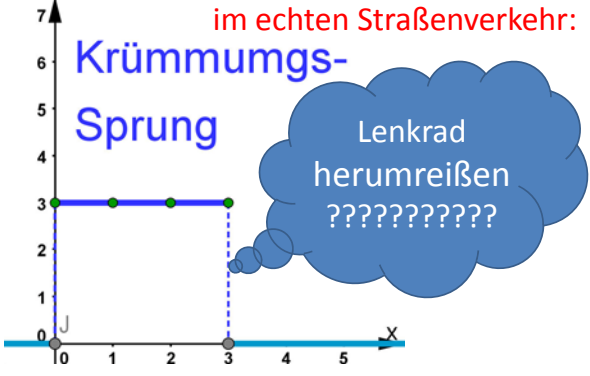


Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis

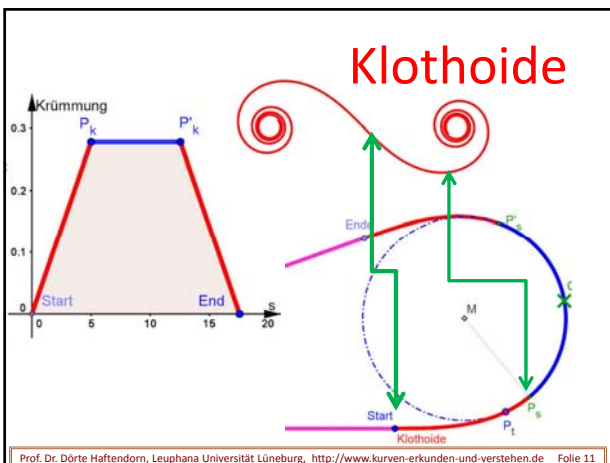
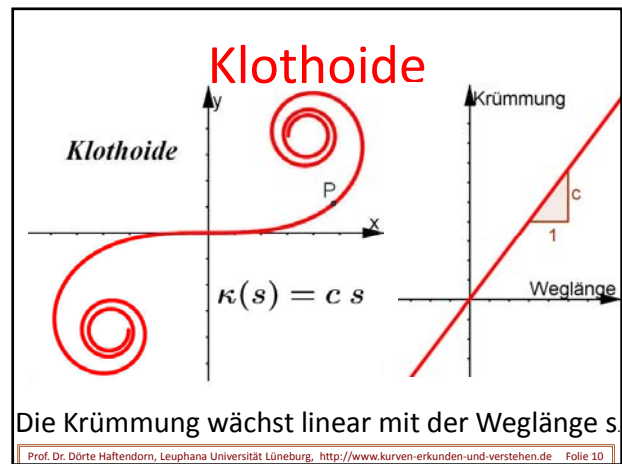
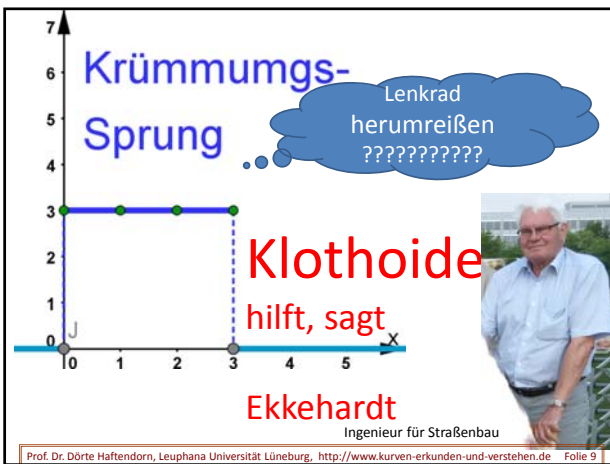
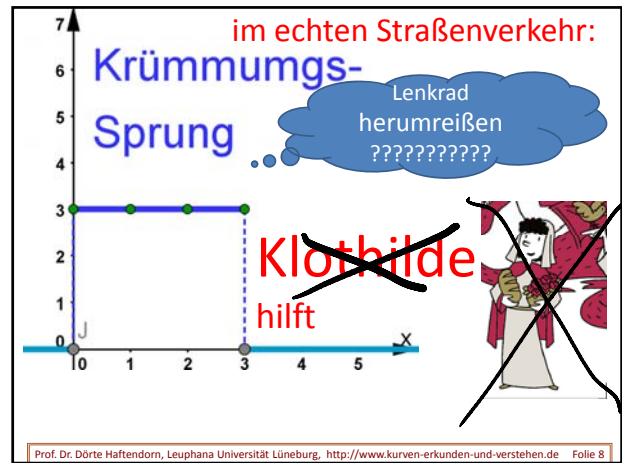
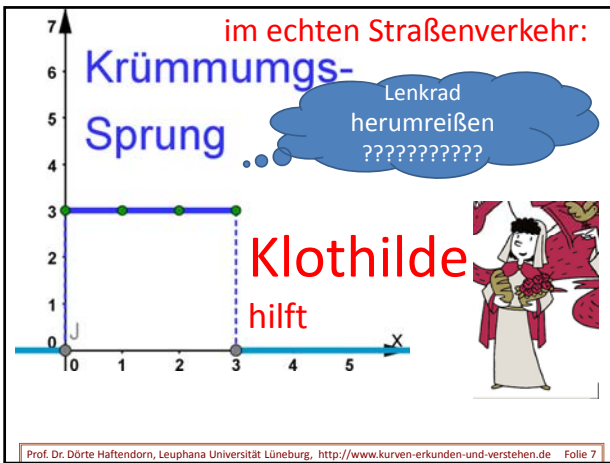


im echten Straßenverkehr:

Krümmungs- Sprung



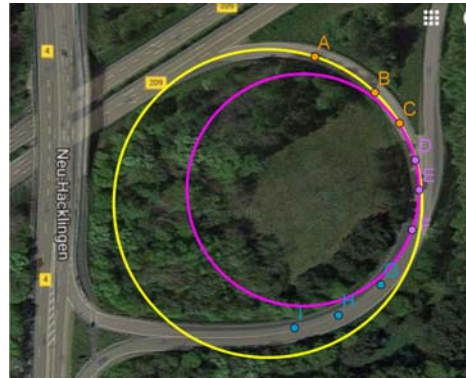
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 6



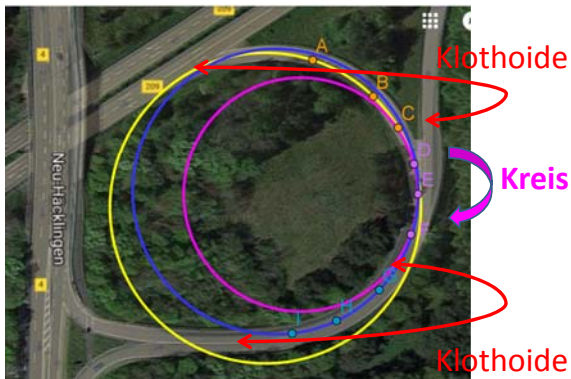
Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



B 216, abbiegen nach Bleckede

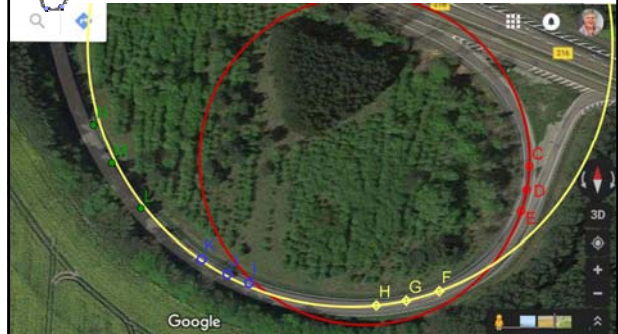


B 216, abbiegen nach Bleckede

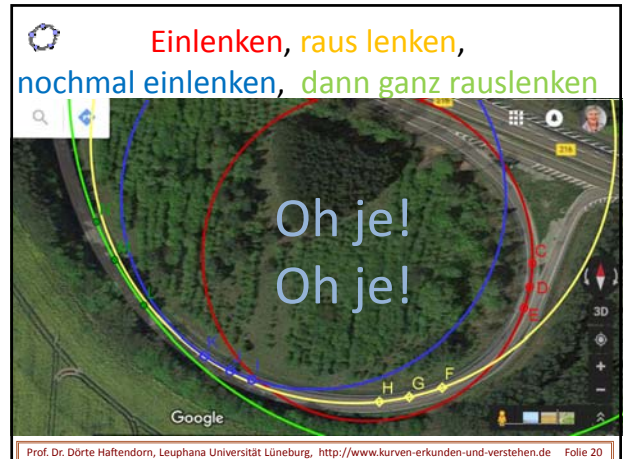
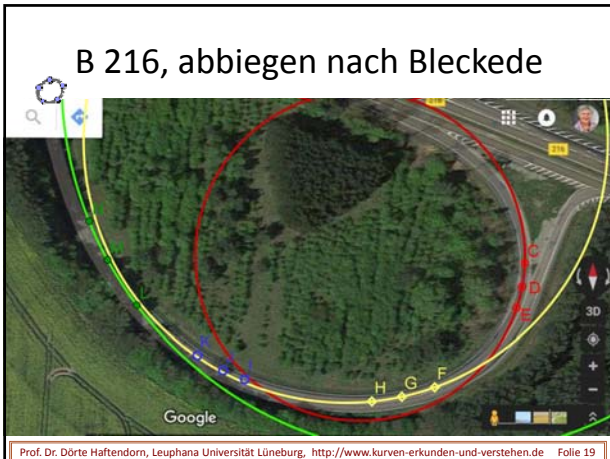


Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 17

B 216, abbiegen nach Bleckede



Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 18



Klothoide

Klothoide
 $P = (x(s), y(s))$
 Parameterdarstellung
 $\kappa(s) = c \cdot s$
 $x(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt$
 $y(s) = \int_0^s \sin\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt$

$\kappa\lambda\omega\theta\omega$
 klotho = spinnen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 21

Klothoide

$P = (x(s), y(s))$
 $K(s) = c \cdot s$

Herleitung der Klothoidenformeln
 Sonntag, 19. November 2017 20:14

$\frac{ds}{dx} \cdot \frac{d\alpha}{dy}$
 $\frac{dx}{dy} = \frac{d\alpha}{ds}$
 Def $\kappa(s) = \frac{d\alpha}{ds}$
 $d\alpha = \kappa(s) ds = c \cdot s ds$
 $\alpha = \frac{c}{2} s^2$ bei $\alpha_0 = 0$

$x(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt$ $y(s) = \int_0^s \sin\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 22

Keine Straße ohne Klothoide

sagt Ekkehardt

Na, wie viele Klothoiden hatten Sie denn heute schon ?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 23

Gelenke

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 24

Inversor von Peaucellier 1864

Kreisbewegung und Geradführung mit Hilfe der Kreisspiegelung

$$r \cdot s = (s + 2d)s = s^2 + 2ds + d^2 - d^2 = (s + d)^2 - d^2 = a^2 - h^2 - b^2 + h^2 = a^2 - b^2 =: k^2$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 25

Drachengelenk von Kempe um 1877

Alfred B. Kempe ist auch durch seinen Beweisversuch von 1879 zum Vierfarbensatz bekannt

Kreisbewegung und Geradführung mit Hilfe ähnlicher Drachen

Satz von Kempe
algebraische Kurve \iff Stangengelenk

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 26

Gelenke in der Mechanik

Doppeldrachen von Kempe

Goslar, Bergamt
Ritter Ramm, sein Pferd und sein König treten vor.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 27

Lemniskaten-Anlenkung

von James Watt, Ende des 18.Jh.

a)
Effekt: Stöße auf das Rad werden durch eine Feder über Achse und die gezeigte Aufhängung kaum auf den Wagen übertragen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 28

Kurven in unserer Welt

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 29

Brückenform als Kegelschnitt

$7903.3x^2 - 1475.19x y - 2476.99y^2 - 83919.41x + 64430.74y = -25847.2$

✓ erste Kurve
Kegelschnitt durch 5 Pkte.
Was ist das nun?

Ur-Bild zeigen
 Drehung vorbereiten
 Parabel zeigen
Ha 2017

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 30

Hyperbelbrücke

Ha 2017

Drehung der Darstellung um S mit α ergibt Hyperbel

Parabel $y = -0.2x^2 + 2.3x - 2.51$

$7955.45x^2 - 2529.14y^2 - 93326.04x + 56$

$\alpha = 4.04^\circ$

Ur-Bild zeigen
 Drehung vorbereiten
 Bild gedreht
 Hyperbel gedr.
 Parabel zeigen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 31

Meine Bücher

2. Aufl. Herbst 2016

„Mathe für alle“

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de

Sehr ausführliche Website mit allen GeoGebra-Dateien und vollständigen Aufgabenlösungen

soll die Lehrerbildung in Mathematik bereichern. Es soll auch für Lehrer sein, die mehr „nahrhaftes Futter“ für ihre Schüler brauchen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 32

Connaître par reconnaître

oder man sieht nur das, wovon man eine Ahnung hat

Kurven ohne Ende

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 33

Haben wir Zeit, noch einmal in den Wundersack zu greifen?

- Bèzier-Kurven
- oder
- Reflexion bei Kegelschnitten

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 34

Bèzier-Kurven

b_i Bernstein-Polynome

$x(t) = A_x b_0(t) + B_x b_1(t) + C_x b_2(t)$

$y(t) = A_y b_0(t) + B_y b_1(t) + C_y b_2(t)$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 35

Reflexion bei Kegelschnitten

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 36