

Keine Straße ohne Klothoide

Lernen durch Anwendungen von Kurven
Interaktives Erkunden und Verstehen



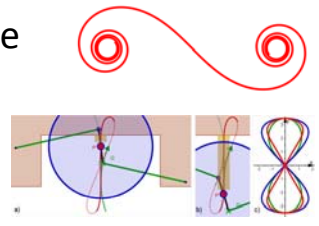
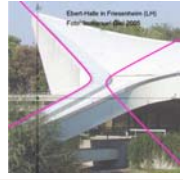
$\kappa(s) = c \cdot s$



Ebert-Halle in Friesenbain (LH)
Foto: Kallmann | Otte | 2005

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 1

1. Die Klothoide
2. Technische Realisierungen
3. Kurven der Architektur

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 2

Gerade Schiene ---- Kurven -Schiene



Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis



zweite Kurve 2 Kurven-Schienen

Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis

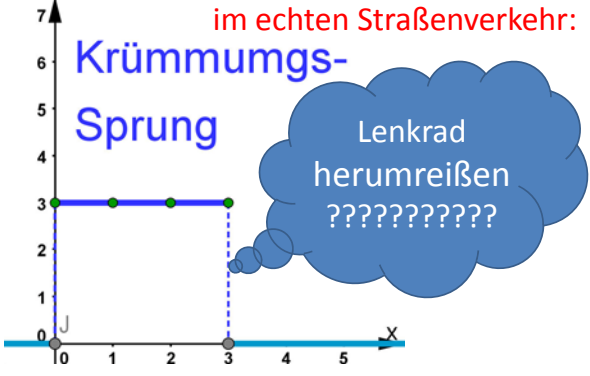


$\alpha = 45^\circ$

zweite Kurve 2 Kurven-Schienen

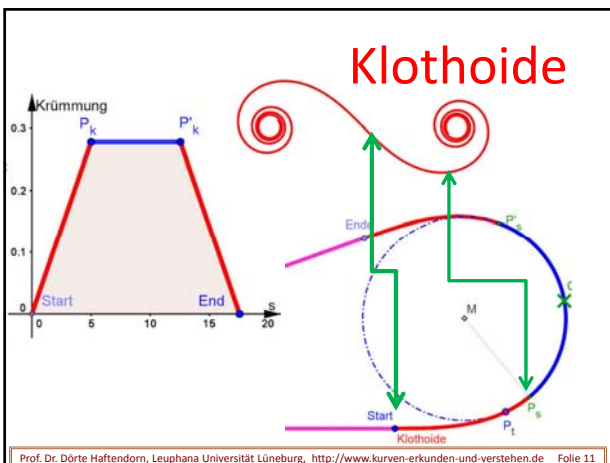
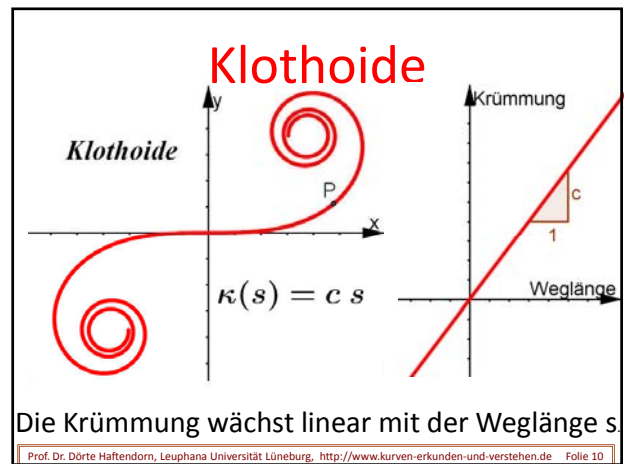
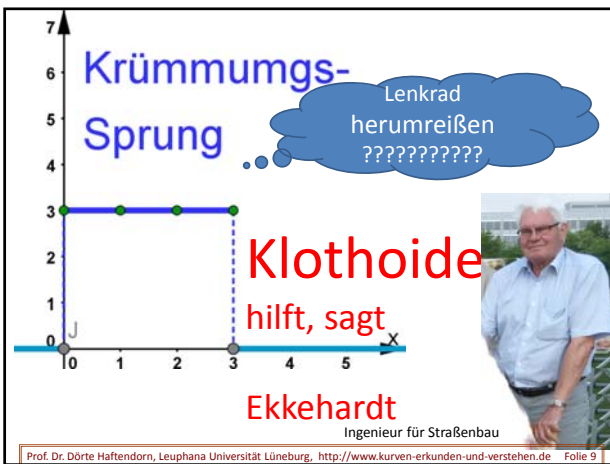
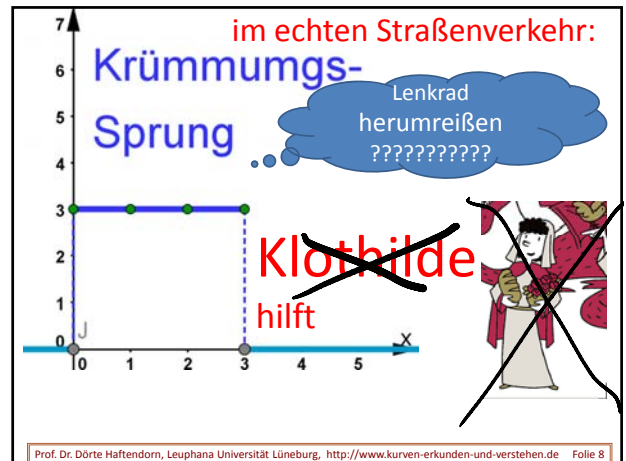
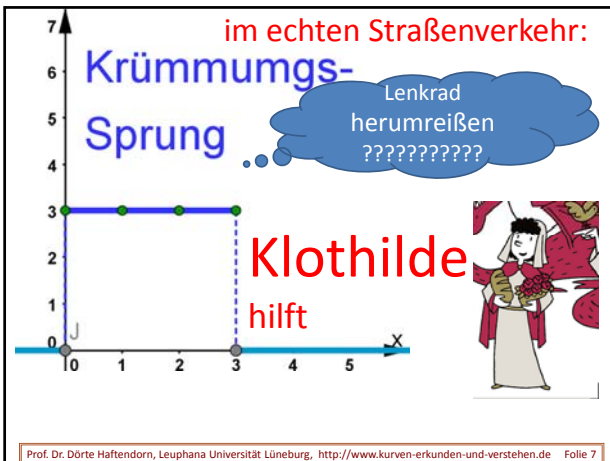
im echten Straßenverkehr:

Krümmungs-Sprung



Lenkrad herumreißen
??????????????

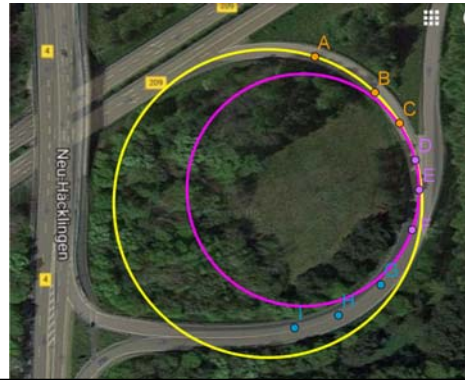
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 6



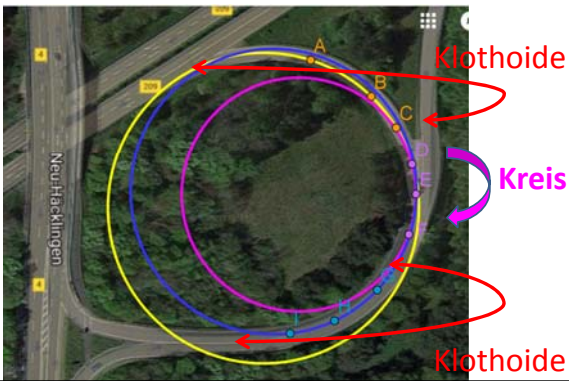
Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



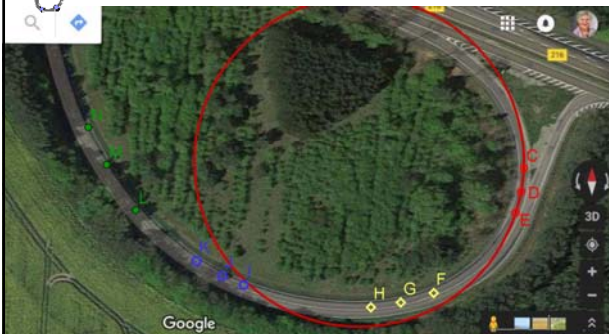
Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



B 216, abbiegen nach Bleckede

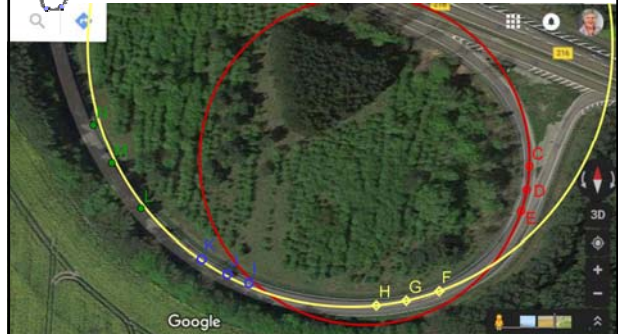


B 216, abbiegen nach Bleckede

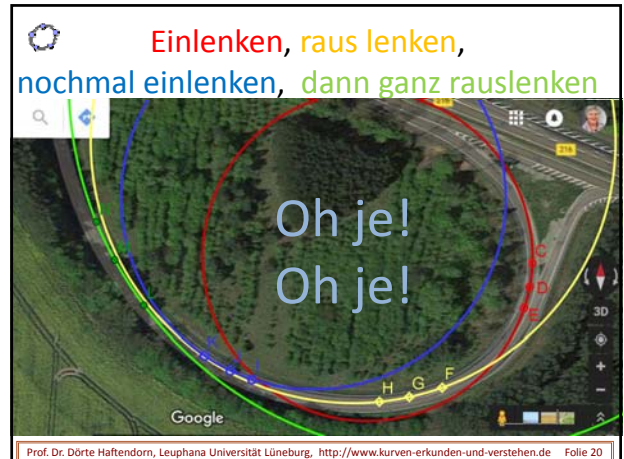
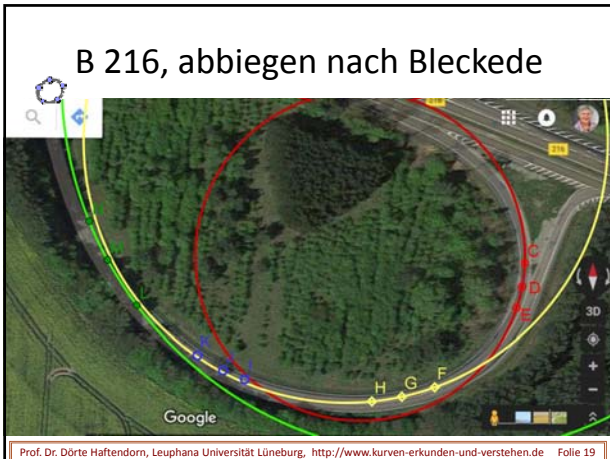


Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 17

B 216, abbiegen nach Bleckede



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 18



Klothoide

$P = (x(s), y(s))$

Parameterdarstellung

$\kappa(s) = c \cdot s$

$x(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt$

$y(s) = \int_0^s \sin\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt$

$\kappa\lambda\omega\theta\omega$

klotho = spinnen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 21

Klothoide

$\kappa(s) = c \cdot s$

Herleitung der Formeln

$d x = \cos(\alpha) d s \quad x = \int \cos(\alpha) d s$

$d y = \sin(\alpha) d s \quad y = \int \sin(\alpha) d s$

Definition $\kappa(s) = \frac{d \alpha}{d s}$

$d \alpha = \kappa(s) d s = c s d s \Rightarrow \alpha = \frac{c}{2} s^2$

$\alpha_0 = 0$

$x(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt \quad y(s) = \int_0^s \sin\left(\frac{c}{2}t^2\right) dt$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 22

Keine Straße ohne Klothoide

sagt Ekkehardt

Na, wie viele Klothoiden hatten Sie denn heute schon ?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 23

Gelenke

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 24

Inversor von Peaucellier 1864

Kreisbewegung und Geradführung mit Hilfe der Kreisspiegelung

$$r \cdot s = (s + 2d)s = s^2 + 2ds + d^2 - d^2 = (s + d)^2 - d^2 = a^2 - h^2 - b^2 + h^2 = a^2 - b^2 =: k^2$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 25

Drachengelenk von Kempe um 1877

Alfred B. Kempe ist auch durch seinen Beweisversuch von 1879 zum Vierfarbensatz bekannt

Kreisbewegung und Geradführung mit Hilfe ähnlicher Drachen

Satz von Kempe
algebraische Kurve \iff Stangengelenk

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 26

Gelenke in der Mechanik

Doppeldrachen von Kempe

Goslar, Bergamt
Ritter Ramm, sein Pferd und sein König treten vor.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 27

Lemniskaten-Anlenkung

von James Watt, Ende des 18. Jh.

a)
Effekt: Stöße auf das Rad werden durch eine Feder über der Achse und die gezeigte Aufhängung kaum auf den Wagen übertragen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 28

Kurven in der Architektur

Ebert-Halle in Ludwigschafen / Friesenheim
Foto: Immanuel Giel, 2005

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 29

Dachform als Hyperbel

Ebert-Halle in Friesenheim (LU)
Foto: Immanuel Giel 2005

$$1.02x^2 - 0.96xy - 1.92y^2 - 1.94x + 2.29y = -0.69$$

Bild
 5 Punkte
 Hyperbel
 Mitte und Vektor
 Achse C
 Dreipunkte von
 Hyperbel

Aufgabe: Erzeugen Sie interaktiv die Mittelpunktsleichung und eine Funktionsgleichung für diese Hyperbel. Vergleichen Sie mit der Hauptachsentransformation.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 31

Hyperbel verschieben

Steigung der Hauptachse bestimmen

- Bild
- 5 Punkte
- Mitte und Vektor
- c'
- Brennpunkte von c'
- Hyperbel c
- Achse c'
- Hyperbel

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 32

Hyperbel drehen

Es ergibt sich die Mittelpunktsgleichung.

- Bild
- 5 Punkte
- Mitte und Vektor
- c'
- Brennpunkte von c'
- Hyperbel c
- Achse c'
- Hyperbel

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 33

Asymptoten geometrisch bestimmen. Hyperbel drehen

Es ergibt sich die Funktionsgleichung.

- Gleichung c
- Urbild
- Asy konstr.
- Funktion

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 34

Hauptachsentransformation Eigenvektoren

Matrix aufstellen, Eigenwerte, Eigenvektoren Hyperbel um O drehen dann erst verschieben

Eigenes Tun+ verschiedene Perspektiven -> Verstehen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 35

Meine Bücher

2. Aufl. Herbst 2016

„Mathe für alle“

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de

soll die Lehrerausbildung in Mathematik bereichern. Es soll auch für Lehrer sein, die mehr nahrhaftes Futter für ihre Schüler brauchen.

Sehr ausführliche Website mit allen GeoGebra-Dateien und vollständigen Aufgabenlösungen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 36

Connaître par reconnaître oder man sieht nur das, wovon man eine Ahnung hat

Kurven ohne Ende

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Bézierkurven

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 37