

■ Kurven sehen und verstehen

Haftendorn Feb. 2017, <http://www.kurven-sehen-und-verstehen.de>

Aufgabe7.2

Quit

[\[beende Kernel\]](#)

Allgemein Parallelen und Kreise, $r=x$, $r'=k x+s$

$$ku = (x - f)^2 + y^2 == (k x + s)^2$$

$$(-f + x)^2 + y^2 == (s + k x)^2$$

Solve [ku /. y → 0, x]

[\[löse\]](#)

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-f - s}{-1 + k} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{f - s}{1 + k} \right\} \right\}$$

Parabeln für $k=1$, $k=-1$

ku1 = ku /. k → 1

$$(-f + x)^2 + y^2 - (s + x)^2$$

$$(-f + x)^2 - (s + x)^2 + y^2$$

% // FullSimplify

[\[vereinfache vollständig\]](#)

$$(f + s) (f - s - 2 x) + y^2$$

kum1 = ku /. k → -1

$$(-f + x)^2 + y^2 == (s - x)^2$$

kum1 = (-f + x)^2 + y^2 - (s - x)^2 // FullSimplify

[\[vereinfache vollst:\]](#)

$$(f - s) (f + s - 2 x) + y^2$$

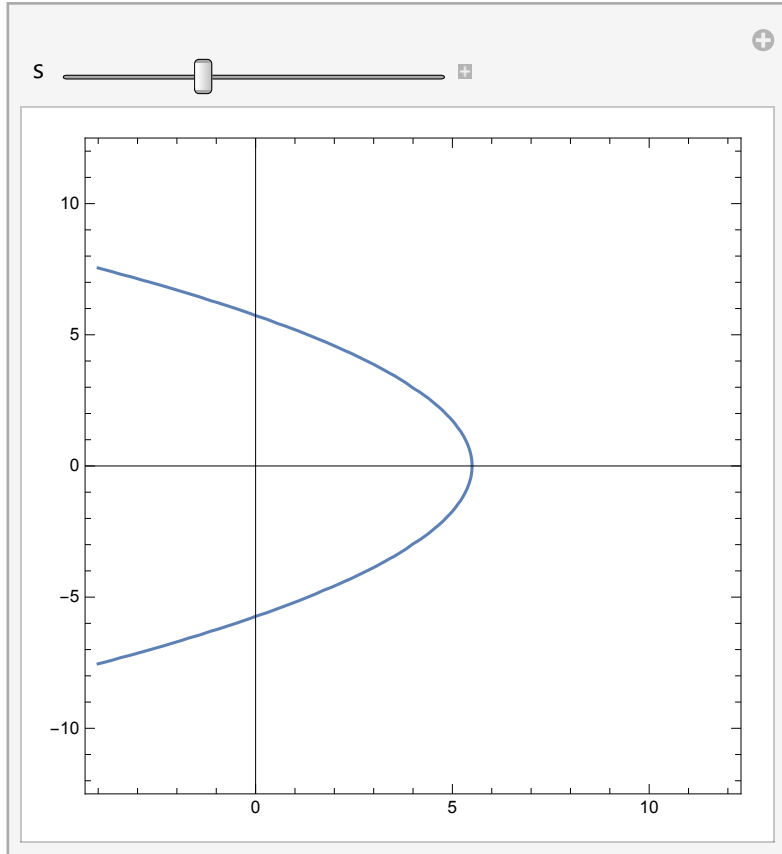
kum1 == 0 /. f → 4 /. s → 5

$$-9 + 2 x + y^2 == 0$$

```

Manipulate[
  manipuliere
  ContourPlot[ ((f - s) (f + s - 2 x) + y^2 == 0 /. f -> 4) // Evaluate, {x, -4, 12}, {y, -12, 12},
    Konturgraphik werte aus
    Axes -> True],
  Axen wahr
  {{s, 5}, 0, 20, 1}]

```



Ellipsen und Hyperbeln für k ungleich 1

Allgemein, $r=x$, $r'=k x+s$

$$kx = (x - f)^2 + y^2 == (kx + s)^2$$

$$(-f + x)^2 + y^2 == (s + kx)^2$$

$$kut = (-f + x)^2 + y^2 - (s + kx)^2 // \text{Expand}$$

[multipliziere](#)

... Collect: Collect called with 1 argument; between 2 and 4 arguments are expected.

$$\text{Collect}[f^2 - s^2 - 2fx - 2ksx + x^2 - k^2x^2 + y^2, x]$$

[gruppieren Koeffizienten](#)

$$f^2 - s^2 + (-2f - 2ks)x + (1 - k^2)x^2 + y^2$$

$k^2=0$ ist für $k^2=1$ Parabel,(wie oben), $k^2<1$ Ellipse, $k^2>1$ Hyperbel

Solve[ku /. y → 0, x] (* für k ungleich 1 sind es zwei Schnittstellen*)

[Löse](#)

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-f-s}{-1+k} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{f-s}{1+k} \right\} \right\}$$

schwarze Ellipse

$$\text{In[1]= } f^2 - s^2 + (-2f - 2ks) x + (1 - k^2) x^2 + y^2 /. \{f \rightarrow 4, k \rightarrow 1/2, s \rightarrow 6\}$$

$$\text{Out[1]= } -20 - 14x + \frac{3x^2}{4} + y^2$$

Hyperbel

$$\text{In[14]= } f^2 - s^2 + (-2f - 2ks) x + (1 - k^2) x^2 + y^2 /. \{f \rightarrow 4, k \rightarrow 2, s \rightarrow 4\}$$

$$\text{Out[14]= } -24x - 3x^2 + y^2$$

$$\text{In[15]= } 64 * 3$$

$$\text{Out[15]= } 192$$

Sonderfall $s=-k f$, Geradenkreuz

$$\text{In[22]= } f^2 - s^2 + (-2f - 2ks) x + (1 - k^2) x^2 + y^2 == 0 /. s \rightarrow -k * f$$

$$\text{Out[22]= } f^2 - f^2 k^2 + (-2f + 2fk^2) x + (1 - k^2) x^2 + y^2 == 0$$

$$\text{In[23]= } f^2 - f^2 k^2 + (-2f + 2fk^2) x + (1 - k^2) x^2 + y^2 == 0 /. \{f \rightarrow 4, k \rightarrow 2\}$$

$$\text{Out[23]= } -48 + 24x - 3x^2 + y^2 == 0$$

$$\text{In[25]= } 3(x - 4)^2 - y^2 // \text{Expand}$$

[multipliziere aus](#)

$$\text{Out[25]= } 48 - 24x + 3x^2 - y^2$$

2-Kreis-System

Quit

[beende Kernel](#)

Eliminate[{(x - e)^2 + y^2 == (-2r + 27)^2, (x + e)^2 + y^2 == r^2}, r] // Simplify

[eliminiere](#)

[vereinfache](#)

$$9e^4 + 60e^3x + 12ex(-729 + 5x^2 + 5y^2) + 2e^2(59x^2 + 9(-405 + y^2)) + 9(59049 + x^4 - 810y^2 + y^4 + 2x^2(-405 + y^2)) == 0$$

$$e = 6;$$

```
kur = 9 e^4 + 60 e^3 x + 12 e x (-729 + 5 x^2 + 5 y^2) + 2 e^2 (59 x^2 + 9 (-405 + y^2)) +
  9 (59049 + x^4 - 810 y^2 + y^4 + 2 x^2 (-405 + y^2)) == 0 // FullSimplify
[vereinfache vollständig]
```

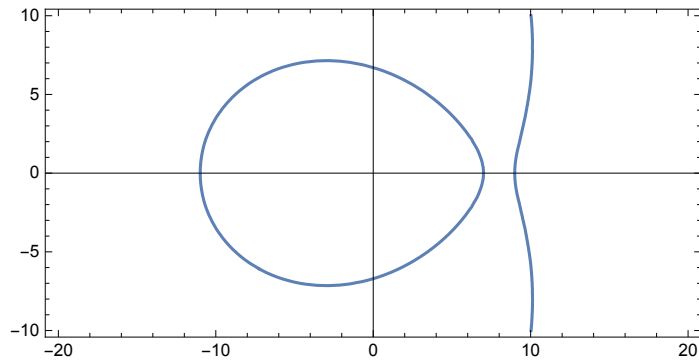
```
31 185 + x (-4392 + x (-338 + x (40 + x))) + 2 x (20 + x) y^2 + y^4 == 738 y^2
```

```
ContourPlot[kur // Evaluate, {x, -20, 20}, {y, -10, 10},
```

```
[Konturgraphik [werte aus
```

```
Axis → True, AspectRatio → Automatic]
```

```
[Axen [wahr [Seitenverhältnis [automatisch
```



neu

2-Kreis-System, im ggb-Bild gelb

Quit

```
[beende Kernel
```

```
Eliminate[{(x - e)^2 + y^2 == (r/2 + 3)^2, (x + e)^2 + y^2 == r^2}, r] // Simplify
```

```
[eliminiere
```

```
[vereinfache
```

```
x^4 + y^2 (32 + y^2) + 2 x^2 (216 + y^2) == 8 x (144 + 5 x^2 + 5 y^2)
```

e = 6;

```
kurve = x^4 + y^2 (32 + y^2) + 2 x^2 (216 + y^2) == 8 x (144 + 5 x^2 + 5 y^2) // FullSimplify
```

```
[vereinfache vollsti
```

```
(-24 + x) (-12 + x) (-4 + x) x + 2 (16 + (-20 + x) x) y^2 + y^4 == 0
```

```
ContourPlot[kurve // Evaluate, {x, -10, 30}, {y, -15, 15},  
[Konturgraphik [werte aus
```

```
Axis → True, AspectRatio → Automatic]
```

```
[Axen [wahr [Seitenverhältnis [automatisch
```

