

Aufgabe: (Quelle: Teil einer Schulbuchaufgabe, s.u.) , gesandt von Gero Hanus, Plön / Kiel)

Aufgrund der steigenden Heizkosten soll in einer Tennishalle eine Zwischendecke eingezogen werden. Die originale Halle ist im Querschnitt parabelförmig gewölbt und hat die Funktionsgleichung $f(x) = -\frac{15}{100}x^2 + 15$. Die Länge beträgt 50 m. Die Zwischendecke soll ebenfalls parabelförmig gewölbt sein und bis zum Boden reichen. Durch die Zwischendecke soll die Querschnittsfläche um 80m^2 verringert werden. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Zwischendecke.

Erwartete Lösung

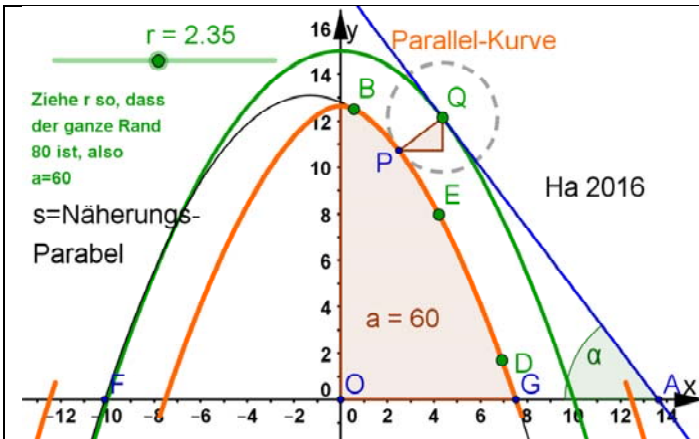
$$g(x) := a \cdot (x-10) \cdot (x+10); \text{ löse}[120 = \text{integral}[g, -10, 10]$$

$$\Rightarrow a = -\frac{9}{100}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{9}{100}x^2 + 9$$

	<p>Die gestellte Aufgabe hat ein beträchtliches Potential, guten Mathematikunterricht daraus zu machen.</p> <p>Halle 1: Erstmal muss man klären, ob man die Breite der Halle überhaupt beibehalten will. Für diesen Fall ist klar, dass das Verhältnis der Flächen unter den beiden Parabeln gleich dem Stauchverhältnis, also hier 60% ist. sie nehmen immer 2/3 des umfassenden Rechtecks ein. (siehe unten)</p>
	<p>Halle 2: Ein weitere Möglichkeit ist es, in GeoGebra B1,B2,B3 wie im Bild ziehbar zu machen und zu begreifen, dass es keine eindeutige Lösung gibt. Das ist übrigens energetisch auch sinnvoller.</p> <p>In der Quelle wird auch ein Rechteck angeregt.</p>
	<p>Halle 3: Eine andere Idee ist, eine Parallel-Kurve anzustreben. Sie ist dann keine Parabel, dafür aber bautechnisch naheliegend. Man könnte mit drei Punkten auf einem der beiden Teile und Polynom[die drei Punkte] zu einer nähungs Parabelhälfte kommen und dafür auch ein Integral von GeoGebra bestimmen lassen. (Siehe Halle 4)</p>

Quelle: Brüggemann, Juliane; Fredebeul, Christoph; Schröder, Markus (2007): Mathematik - Allgemeine Hochschulreife: Technik, Berlin.

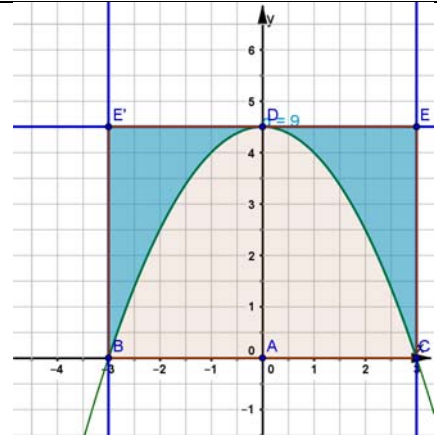


Halle 4: Ob man P nun wie in Halle3 erzeugt oder als Ortskurve wie in Halle 4, beides führt auf einfache Weise zu einer Näherungsparabel, die man dann mit GeoGebra integrieren kann.

Wenn man die der angedeuteten Weise die Aufgabe „hin und her“-wendet, dann ist sie mathematisch sinnvoll und nett.

Beweis der Bärenkasten-Eigenschaft angepasst an diese Situation (obwohl das unnötig ist),

CAS	
1	$f_c(x) := a_c(x^2 + b_c^2)$ → $f_c(x) := a_c(b_c^2 - x^2)$
2	$\max = f_c(0)$ → $\max = a_c(b_c^2)$
3	$a_c b_c^2 - ((b_c^2) - x^2) a_c$ → $a_c x^2$
4	Integral[(a_c x^2), -b_c, b_c] → $2 a_c \frac{b_c^3}{3}$
5	kasten = a_c (b_c)^2 b_c → $\text{kasten} = a_c b_c^3$

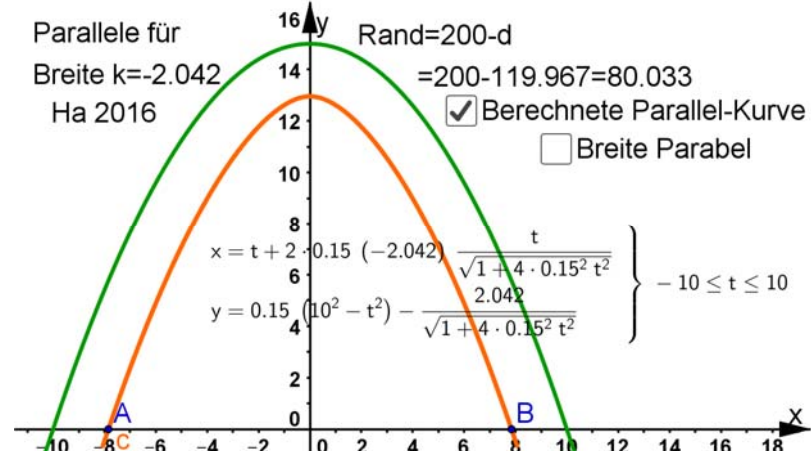


Die Parabelfläche nimmt im umfassenden Kasten immer zwei Drittel ein.

Parameterdarstellung für die Parallelkurven
 $x(t) = u - r \sin(\alpha)$, $y(t) = f(u) + r \cos(\alpha)$
 α Steigungswinkel der Tangente in Q.
 Mit $f'(u) = \tan(\alpha) = -2a u$ (hier) kann man α ersetzen (s.u.) In Halle 4 ist eine gute Näherung!!!!

Fläche bei Parameterkurven

$$A = \int_{t_1}^{t_2} y(t) \left(\frac{dx(t)}{dt} \right) dt$$



Die Ausdrücke lt. Formelsammlung

$$\sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

führen mit der Flächengleichung zu einer Lösung, wie links dargestellt.