# Kurven sehen und verstehen

Haftendorn März. 2017, http://www.kurven-sehen-und-verstehen.de

# Kardioide, die drei Tangenten

## Kardioide mit Scheitel im Ursprung

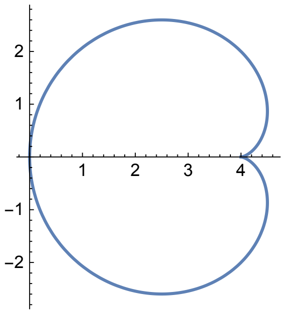
In[3]:=
```
x[t_] := a/3 (2 Cos[t] - Cos[2 t]) + a
y[t_] := a/3 (2 Sin[t] - Sin[2 t])
M = {a, 0} (* Mittelpunkt des Wanderkreises, r ist sein Radius *)
```
Kosinus Kosinus Sinus Sinus

Der “Baum “ steht bei A=(a+r,0) mit k=2r.

Der Parameter t ist der Polarwinkel bezogen auf den Baum A.

In[6]:=
```
a = 3; ParametricPlot[{x[t], y[t]}, {t, 0, 2 Pi}]
a =.
```
parametrische Darstellung Kreisz

Out[6]=




### Elimination

In[11]:=
```
Eliminate[{x == a/3 (2 c - c^2 + s^2) + a, y == a/3 (2 s - 2 s c), s^2 + c^2 == 1}, {s, c}] //
 FullSimplify
```
eliminiere vereinfache vollständig

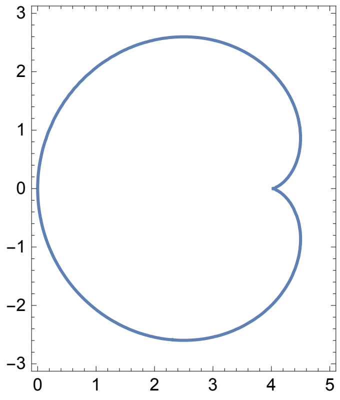
Out[11]= $(4 a - 3 x)^3 x = 9 y^2 (4 a^2 - 12 a x + 6 x^2 + 3 y^2)$

In[46]:=
```
Solve[(4 a - 3 x)^3 x == 0, {x}] (* Nullstellen *)
```
löse

Out[46]= $\{\{x \to 0\}, \{x \to \frac{4 a}{3}\}, \{x \to \frac{4 a}{3}\}, \{x \to \frac{4 a}{3}\}\}$

In[44]:=
```
a = 3;
ContourPlot[(4 a - 3 x)^3 x == 9 y^2 (4 a^2 - 12 a x + 6 x^2 + 3 y^2),
  {x, 0, 5}, {y, -3, 3}, AspectRatio → Automatic]
a =.
```
Konturgraphik · Seitenverhältnis · automatisch

Out[44]=



## Rechnungen zu Tangenten

In[31]:=
```
D[x[t], t]
D[y[t], t]
```
leite ab · leite ab

Out[31]= $\frac{1}{3} a \left(-2 \,\mathrm{Sin}[t] + 2 \,\mathrm{Sin}[2 t]\right)$

Sinus · Sinus

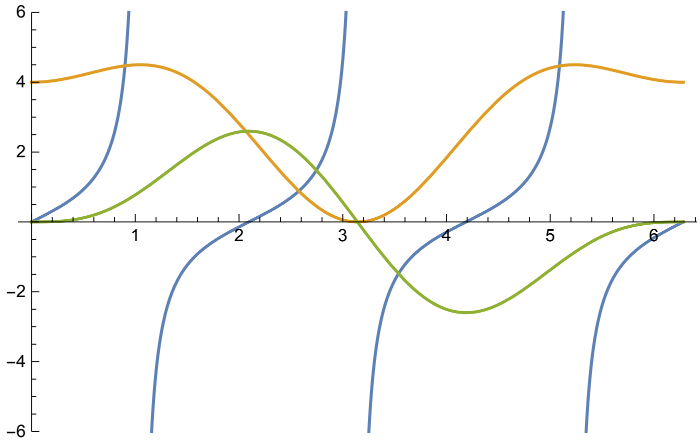
Out[32]= $\frac{1}{3} a \left(2 \,\mathrm{Cos}[t] - 2 \,\mathrm{Cos}[2 t]\right)$

Steigung bei Parameterwert t.

In[40]:= $m[t\_] := \frac{\mathrm{Cos}[t] - \mathrm{Cos}[2 t]}{-\mathrm{Sin}[t] + \mathrm{Sin}[2 t]}$

In[42]:=
```
Plot[{m[t], x[t], y[t]}, {t, 0, 2 Pi}, PlotRange → {-6, 6}] (* y oliv *)
```
stelle Funktion graphisch dar · Kre··· · Koordinatenbereich der Graphik

Out[42]=



## Pole berechnen

```
In[24]:= TrigExpand[- Sin[t] + Sin[2 t]] // Factor
         erweitere trigo··· Sinus  Sinus  faktorisiere

Out[24]= (-1 + 2 Cos[t]) Sin[t]
```

```
In[28]:= Solve[Cos[t] == 1/2, t]
         löse  Kosinus
```

Out[28]= $\{\{t \to \text{ConditionalExpression}[-\frac{\pi}{3} + 2\pi C[1], C[1] \in \text{Integers}]\},$
$\{t \to \text{ConditionalExpression}[\frac{\pi}{3} + 2\pi C[1], C[1] \in \text{Integers}]\}\}$

```
In[27]:= TrigReduce[(-1 + 2 Cos[t]) Sin[t]]
         reduziere trigonometri···  Kosinus  Sinus

Out[27]= -Sin[t] + Sin[2 t]
```

## Kardioide mit Spitze im Ursprung

```
In[61]:= r[t_] := k + 2 a Cos[t]
                            Kosinus
         x == r[t] Cos[t ]
                   Kosinus
          y == r[t] Sin[t]
                    Sinus

Out[62]= x == Cos[t] (k + 2 a Cos[t])

Out[63]= y == (k + 2 a Cos[t]) Sin[t]

In[65]:= Eliminate[{x == (k + 2 a c) c, y == (k + 2 a c) s, c^2 + s^2 == 1}, {c, s}] // FullSimplify
         eliminiere                                                                 vereinfache vollständig
```

$4 a^2 x^2 == (k^2 + 4 a x - x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$ (* $k^2(x^2+y^2)$ nach rechts *)

```
In[70]:= 4 a^2 x^2 + (-4 a x + x^2 + y^2) (x^2 + y^2) // FullSimplify
                                                        vereinfache vollständig
```

Out[70]= $(-2 a x + x^2 + y^2)^2$

Pascalsche Schnecke $\left(-2 a x + x^2 + y^2\right)^2 = k^2 \left(x^2 + y^2\right)$

## Kardioide mit Spitze im Ursprung, animiertes Bild

Spiegeln an der y-Achse

Pascalsche Schnecke(links) $\left(2 a x + x^2 + y^2\right)^2 = k^2 \left(x^2 + y^2\right)$

Kardioide $\left(2 a x + x^2 + y^2\right)^2 = 4 a^2 \left(x^2 + y^2\right)$

In[93]:=
```
a = 1;
ContourPlot[(2 a x + x^2 + y^2)^2 == 4 a^2 (x^2 + y^2),
  {x, -4, 1}, {y, -3, 3}, AspectRatio → Automatic, Axes → True]
a =.
```

Konturgraphik | Seitenverhältnis | automatisch | Axen | wahr

Out[93]=