Kurven sehen und verstehen

Haftendorn März. 2017, http://www.kurven-sehen-und-verstehen.de

Kardioide und ihre Evolute

In[95]:=
```
Quit
```
beende Kernel

Kardioide mit Scheitel im Ursprung

In[3]:=
```
r[t_] := 2 a Cos[t] - 2 a
```
Kosinus

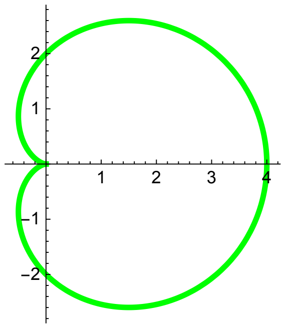
```
M = {a, 0} (* Mittelpunkt des Wanderkreises, a ist sein Radius *)
```

Der “Baum “ steht im Ursprung

Der Parameter t ist der übliche Polarwinkel.

In[52]:=
```
a = 1;
kardibild = ParametricPlot[{r[t] Cos[t], r[t] Sin[t]},
  {t, 0, 2 Pi}, PlotStyle → {Thickness[0.02], Green}]
a =.
```
parametrische Darstellung | Kosinus | Sinus | Krei··· | Darstellungsstil | Dicke | grün

Out[52]=



Elimination

In[6]:=
```
Eliminate[{x == 2 a (c - 1) c, y == 2 a (c - 1) s, s^2 + c^2 == 1}, {s, c}] // FullSimplify
```
eliminiere | vereinfache vollständig

Out[6]= $\left(x^2+y^2\right)\left(-4\,a\,x+x^2+y^2\right) == 4\,a^2\,y^2$

Vergleich

In[9]:=
```
(x^2 + y^2 - 2 a x)^2 - 4 a^2 (x^2 + y^2) == 0   // Expand (* Formel aus Aufgabe 9.6*)
```
multipliziere aus

Out[9]= $-4\,a\,x^3+x^4-4\,a^2\,y^2-4\,a\,x\,y^2+2\,x^2\,y^2+y^4 == 0$

```
(x^2 + y^2) (-4 a x + x^2 + y^2) - 4 a^2 y^2  // Expand (* Formel von oben passt*)
                                                 multipliziere aus
```

Out[10]= $-4\,a\,x^3 + x^4 - 4\,a^2\,y^2 - 4\,a\,x\,y^2 + 2\,x^2\,y^2 + y^4$

Tangenten

```
In[12]:= rst = D[r[t], t]
               leite ab
```

Out[12]= $-2\,a\,\mathrm{Sin}[t]$

Im Punkt $P = (r(\theta);\theta)$ gilt:

$$\text{Ableitung einer Polarkurve}\quad \frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{r'(\theta)\cdot\sin(\theta) + r(\theta)\cdot\cos(\theta)}{r'(\theta)\cdot\cos(\theta) - r(\theta)\cdot\sin(\theta)} \tag{11.4}$$

```
In[20]:= m[t_] := (rst Sin[t] + r[t] Cos[t]) / (rst Cos[t] - r[t] Sin[t]) // FullSimplify); m[t]
                                                                        vereinfache vollständig
```

Out[20]= $\mathrm{Tan}\left[\frac{3\,t}{2}\right]$

Normalen

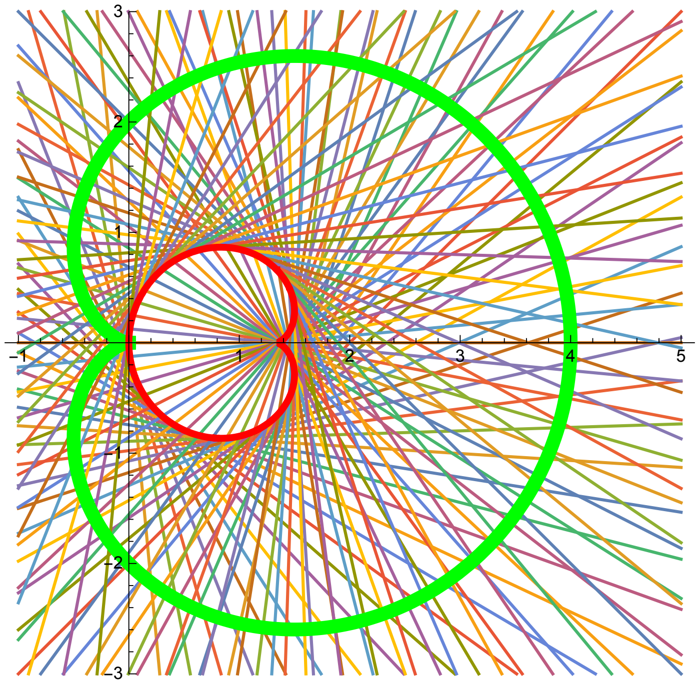
```
In[35]:= n[x_] := -Cot[3 t / 2] (x - r[t] Cos[t]) + r[t] Sin[t]; n[x] // FullSimplify
                  Kotangens         Kosinus          Sinus          vereinfache vollstä
```

Out[35]= $\mathrm{Cos}\left[\frac{t}{2}\right]\,(-2\,a + x + 2\,(a - x)\,\mathrm{Cos}[t])\,\mathrm{Csc}\left[\frac{3\,t}{2}\right]$

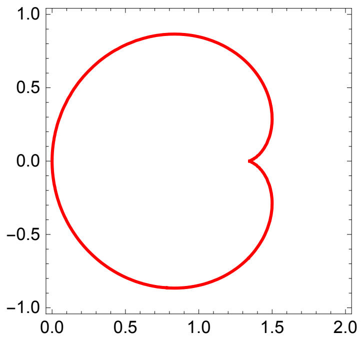
```
In[30]:= alle = Table[n[x], {t, 0, 2 Pi, Pi / 50}];
                Tabelle             Kreiszahl π
```

```
In[75]:= a = 1;
all = Plot[alle, {x, -1, 5}, PlotRange → {-3, 3}, AspectRatio → Automatic];
      stelle Funktion graphisch dar  Koordinatenbereich der Gr⋯  Seitenverhältnis  automatisch
a =.
```

In[77]:= Show[all, kardibild, klein]
zeige an

Out[77]=


In[72]:=
```
a = 1;
klein = ContourPlot[(4 a - 3 x)^3 x == 9 y^2 (4 a^2 - 12 a x + 6 x^2 + 3 y^2), {x, 0, 2},
  {y, -1, 1}, AspectRatio → Automatic, ContourStyle → {Thickness[0.01], Red}]
a =.
```
Konturgraphik; Seitenverhältnis; automatisch; Konturenstil; Dicke; rot

Out[72]=


Hüllkurve berechnen noch nicht gelungen

Hinsehen und Eintragen: es ergibt sich eine auf 1/3 zentrisch gestauchte Kardioide in der gezeigten Lage.

Herleitung mit der impliziten kartesischen Gleichung läuft schlechter

Hüllkurve 2 wird noch viel schlimmer