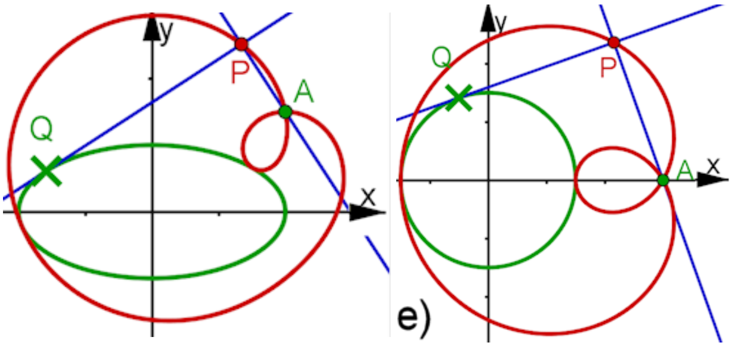
Kurven sehen und verstehen

Haftendorn März. 2017, http://www.kurven-sehen-und-verstehen.de

Fußpunktkurven Buch 9.1.2 für Ellipsen S 263 (Hyperbeln unten)

```
Quit
```
beende Kernel




```
weg = b^2 u² + a² v² == a² b²
```
$b^2 u^2 + a^2 v^2 == a^2 b^2$

```
tang = b^2 u x + a² v y == a² b²
```
$b^2 u x + a^2 v y == a^2 b^2$

Steigung der Tangente

```
D[b^2 u² + a² f[u]² == a² b², u]
```
leite ab

$2 b^2 u + 2 a^2 f[u] f'[u] == 0$

```
%
```

```
Solve[2 b² u + 2 a² v ysQ == 0, ysQ]
```
löse

$\{\{ysQ \to -\frac{b^2 u}{a^2 v}\}\}$

```
ysQ = - b² u / (a² v)
```
$-\frac{b^2 u}{a^2 v}$

Lot von A = (c, d) auf die Tangente

$$\text{lot} = y == \frac{-1}{ysQ}(x - c) + d$$

$$y == d - \frac{-c + x}{ysQ}$$

Elimination

```
Eliminate[{weg, tang, lot}, {u, v}]
```
eliminiere

$$d\,y\left(2\,b^2 + 2\,c\,x - 2\,x^2 - 2\,y^2\right) + d^2\left(-b^2 + y^2\right) == a^2\,c^2 - 2\,a^2\,c\,x + a^2\,x^2 - c^2\,x^2 + 2\,c\,x^3 - x^4 + b^2\,y^2 + 2\,c\,x\,y^2 - 2\,x^2\,y^2 - y^4 \;\&\&\; b \neq 0$$

```
%
```

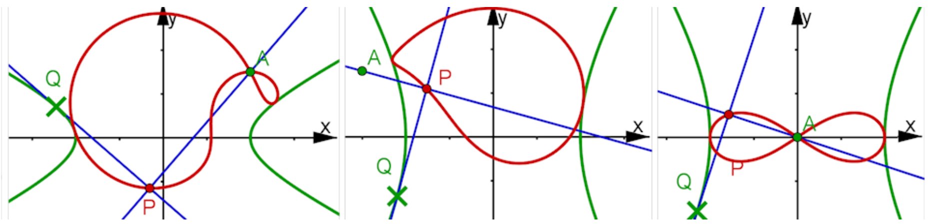
$$d\,y\left(2\,b^2 + 2\,c\,x - 2\,x^2 - 2\,y^2\right) + d^2\left(-b^2 + y^2\right) == a^2\,c^2 - 2\,a^2\,c\,x + a^2\,x^2 - c^2\,x^2 + 2\,c\,x^3 - x^4 + b^2\,y^2 + 2\,c\,x\,y^2 - 2\,x^2\,y^2 - y^4 \;\text{// FullSimplify}$$
vereinfache vollständig

$$a^2\,(c - x)^2 + b^2\,(d - y)^2 == \left(-c\,x + x^2 + y\,(-d + y)\right)^2$$

```
(*Pedale der Ellisen*)
pedElli =  a² (c - x)² + b² (d - y)² == (x (c -  x) + y (d - y) )²;
```

Fußpunktkurven Buch 9.1.2 fürHyperbel4 S 263

```
Quit
```
beende Kernel




```
weg = b^2 u² - a² v² == a² b²
```

$$b^2\,u^2 - a^2\,v^2 == a^2\,b^2$$

```
tang = b^2 u x - a² v y == a² b²
```

$$b^2\,u\,x - a^2\,v\,y == a^2\,b^2$$

Steigung der Tangente

```
D[b^2 u² - a² f[u]² == a² b², u]
```
leite ab

$$2\,b^2\,u - 2\,a^2\,f[u]\,f'[u] == 0$$

```
%
```

```
Solve[2 b² u - 2 a² v ysQ == 0, ysQ]
```
löse

$\{\{ysQ \to \frac{b^2 u}{a^2 v}\}\}$

```
ysQ = b^2 u / (a^2 v)
```

$\frac{b^2 u}{a^2 v}$

Lot von A = (c, d) auf die Tangente

```
lot = y == -1/ysQ (x - c) + d
```

$y == d - \frac{a^2 v (-c + x)}{b^2 u}$

Elimination

```
Eliminate[{weg, tang, lot}, {u, v}]
```

eliminiere

$d\, y\, (-2 b^2 + 2 c x - 2 x^2 - 2 y^2) + d^2 (b^2 + y^2) == a^2 c^2 - 2 a^2 c x + a^2 x^2 - c^2 x^2 + 2 c x^3 - x^4 - b^2 y^2 + 2 c x y^2 - 2 x^2 y^2 - y^4 \;\&\&\; b \neq 0$

```
%
```

```
d y (-2 b^2 + 2 c x - 2 x^2 - 2 y^2) + d^2 (b^2 + y^2) ==
  a^2 c^2 - 2 a^2 c x + a^2 x^2 - c^2 x^2 + 2 c x^3 - x^4 - b^2 y^2 + 2 c x y^2 - 2 x^2 y^2 - y^4 // FullSimplify
```

vereinfache vollständig

$a^2 (c - x)^2 == b^2 (d - y)^2 + ((c - x) x + (d - y) y)^2$

```
a^2 (c - x)^2 - b^2 (d - y)^2 == ((c - x) x + (d - y) y)^2
```

```
(*Pedale der Hyperbeln*)
pedHyp =  a^2 (c - x)^2 - b^2 (d - y)^2 == (x (c - x) + y (d - y) )^2;
```

Pascalsche Schnecken als Pedalkurve des Kreises

```
Quit
```

beende Kernel

Angepasste Pascal’sche Schnecke

```
((x - c)^2 + y^2 + c (x - c))^2 == k^2 ((x - c)^2 + y^2) // Expand
```

multipliziere aus

$c^2 x^2 - 2 c x^3 + x^4 - 2 c x y^2 + 2 x^2 y^2 + y^4 == c^2 k^2 - 2 c k^2 x + k^2 x^2 + k^2 y^2$

Pedalgleichung für Kreis und A=(c,0)

```
k^2 (c - x)^2 + k^2 (y)^2 == (x (c - x) + y (y) )^2
```

$k^2 (c - x)^2 + k^2 y^2 == ((c - x) x + y^2)^2$

```
(x - c)^2 + y^2 + c (x - c) // Simplify (* Test ok*)
```
vereinfache

$-c\,x + x^2 + y^2$

A im Ursprung ergibt Booth'sche Ovale bei Ellipse

```
a^2 (c - x)^2 + b^2 (d - y)^2 == (x (c - x) + y (d - y) )^2 /. {c → 0, d → 0}
```

$a^2\,x^2 + b^2\,y^2 == \left(-x^2 - y^2\right)^2$

```
%
```

```
a^2 x^2 + b^2 y^2 == (x^2 + y^2)^2
```

$a^2\,x^2 + b^2\,y^2 == \left(x^2 + y^2\right)^2$

A im Ursprung ergibt Booth'sche Lemniskaten bei Hyperbel

```
a^2 (c - x)^2 - b^2 (d - y)^2 == (x (c - x) + y (d - y) )^2 /. {c → 0, d → 0}
```

$a^2\,x^2 - b^2\,y^2 == \left(-x^2 - y^2\right)^2$

```
%
```

```
a^2 x^2 - b^2 y^2 == (x^2 + y^2)^2
```

$a^2\,x^2 - b^2\,y^2 == \left(x^2 + y^2\right)^2$

speziell Bernoullische Lemniskate für $a = b = \sqrt{2}\ e$

```
2 e^2 (x^2 - y^2) == (x^2 + y^2)^2
```

$2\,e^2\left(x^2 - y^2\right) == \left(x^2 + y^2\right)^2$