■ Kurven sehen und verstehen

Haftendorn März. 2017, http://www.kurven-sehen-und-verstehen.de

---

Fußpunktkurven Buch 9.1.1.2 S 259

In[10]:= **Quit**

beende Kernel

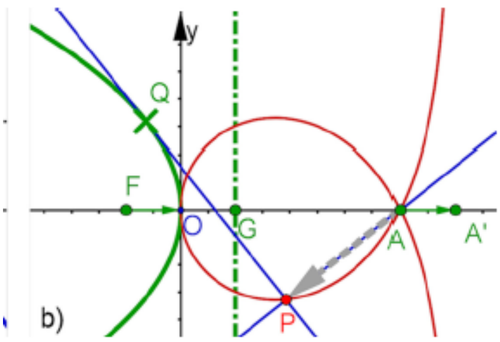

Abb. 9.1 a) Parabel $y^2 = -2p\,x$ mit Brennpunkt und Leitgerade in Grün. Lot und Tangente als Mittelsenkrechte (blau), b) dazu der Pol $A = (a, 0)$ und die Fußpunktkurve als Ortskurve von P bezüglich Q. Die Asymptote steht bei A'. Der graue Pfeil kommt erst später zum Einsatz.

In[13]:= **weg = v^2 == -2 p u**

Out[13]= $v^2 == -2\,p\,u$

In[10]:= **tang = y ==** $\dfrac{-p}{v}(x-u)+v$

lot = y == $\dfrac{v}{p}(x-a)+b$

Out[10]= $y == v - \dfrac{p\,(-u+x)}{v}$

Out[11]= $y == b + \dfrac{v\,(-a+x)}{p}$

In[21]:= **b = 0;**

Eine Elimination von Hand

Zuerst setzt man die Weggleichung in die Tangentengleichung ein

$$y == \frac{-p}{v}\left(x - \left(-\frac{v\verb|^|2}{2\,p}\right)\right)+v$$

$$y = \frac{-p\,x}{v} + \frac{v}{2}$$

Die Lotgleichung bringt - bei b=0-

$$v = \frac{p\,y}{x-a}$$

in die vorige Gleichung eingesetzt ergibt

$$y = \frac{-p\,x\,(x-a)}{p\,y} + \frac{p\,y}{2\,(x-a)}$$

$$y = \frac{-x\,(x-a)}{y} + \frac{p\,y}{2\,(x-a)}$$

$$y^2\left(a - x + \frac{p}{2}\right) = x\,(x-a)^2$$

Elimination mit Mathematica

In[24]:=
```
Eliminate[{weg, tang, lot} // Evaluate, {u, v}]
```
eliminiere — werte aus

Out[24]= $2\,a^2\,x + a\,\left(-4\,x^2 - 2\,y^2\right) == -2\,x^3 + p\,y^2 - 2\,x\,y^2 \;\&\&\; p \neq 0$

In[25]:=
```
%
```

In[28]:=
```
2 a^2 x + a (-4 x^2) + 2 x^3 == 2 a y^2 + p y^2 - 2 x y^2 // FullSimplify
```
vereinfache vollständig

Out[28]= $2\,(a-x)^2\,x == (2\,a + p - 2\,x)\,y^2$

In[29]:=
```
%
```

$$(a-x)^2\,x == \left(a + \frac{p}{2} - x\right)\,y^2$$