In: **Kurven erkunden und verstehen**

Dörte Haftendorn, Springer 2017, **Website zum Buch**

3.1.4 Pascal'sche Schnecken oder die Limaçon

Aufgabe 3.2 Erkunden der Pascal'schen Schnecken

Bedenken Sie: Dies Buch kann zum Erkunden anregen und Verstehen ermöglichen. Nur Sie *selbst* können erkunden und verstehen.

1. Begründen Sie entsprechend Abschnitt 3.1.3.2die drei Formen der Pascal'schen Schnecken mit Hilfe der polar-kartesischen Darstellung.
2. In Abb. 3.6 d)sehen Sie eine völlig andere Kurve, weil der Baum B nicht auf dem Kreisrand steht. Überlegen Sie, warum es für eine vollständige Übersicht über mögliche Formen reicht, wenn man $B = (b, 0)$ auf der x-Achse verschiebt. Mit *reicht* ist dabei gemeint, dass man bei einer beliebigen Lage von B irgendwo im Koordinatensystem nur mehr Mühe hat und doch nichts anderes sehen kann, als mit geschickt gewählter Lage. Es reicht sogar $b < a$ zu betrachten. Man formuliert auch: **Ohne Beschränkung der Allgemeinheit**, kurz **o. B. d. A.**, liege B auf der x-Achse links von M.
3. Erarbeiten Sie sich eine solche Übersicht. Überlegen Sie dabei, was Sie als *wesentlich verschieden* ansehen möchten.
4. In jeder Stellung von B könnten Sie auch noch die Leinenlänge k variieren.

Hinweis

Die interaktive Datei finden Sie hier unten . Wenn Sie ein schönes Poster mit den Kurvenbildern entwerfen wollen, schalten Sie in GeoGebra die Anzeige der Konstruktionselemente und der Achsen nach Belieben aus. Verwenden Sie z. B.: Export → Grafik-Ansicht in die Zwischenablage. ◀

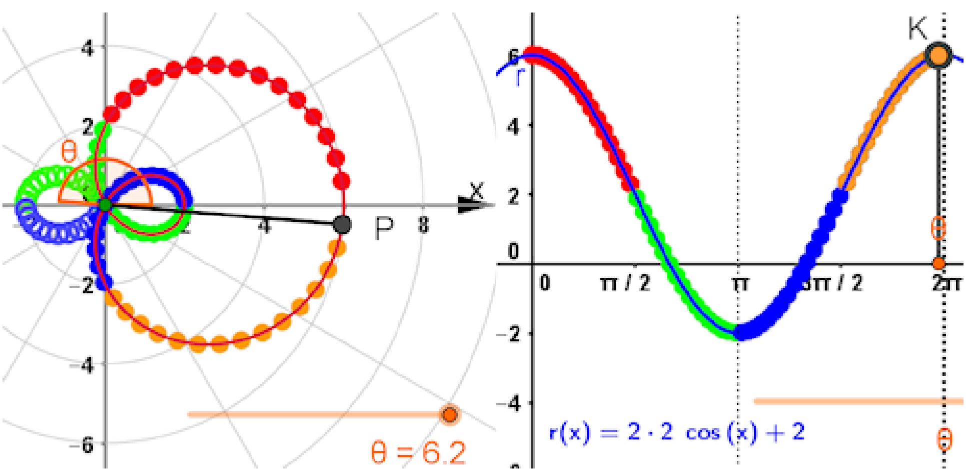

Abb. 3.2 Aufgabe 3.2 Top 1 Pascal'sche Schnecken polar-kartesisch

Lösung: Polar-kartesische Darstellung Die Polargleichung der Pascal'schen Schnecken ist
$r(\theta) = 2a\,\cos(\theta) \pm k$ (Gl. 3.5). Es handelt sich in der kartesischen Sicht also um eine parallel zur y-Achse verschobene Kosinusfunktion. Die Funktion $\varrho(x) = 2a\,\cos(x)$ erstreckt sich in einem Streifen der Breite $2 \cdot 2a$ um die x-Achse. Wird ein positives k addiert, so schneidet der Graph für $k < 2a$ die x-Achse. Das kartesisch unter der x-Achse gelegene Kurvenstück erzeugt eine Schlaufe, sie wird immer kleiner je größer k wird. Im Bild ist $k = 2$ und $a = 2$, der Wanderkreis ist nicht eingezeichnet. Er hat $M = (a, 0)$ und $R = a$.

Ist $k = 2a$, so berührt der Graph der Kosinusfunktion die x-Achse, es entsteht polar die für die Kardioide typische Spitze im Ursprung.

Ist $k > 2a$, so berührt der Graph der Kosinusfunktion die x-Achse gar nicht mehr, es entstehen polar die Pascal'schen Schnecken mit einer „Delle“ links, die den Ursprung nicht mehr erreichen.

Zu Top2, 3 und 4 Wenn Sie die Stellung des Baumes B variieren wollen, So bauen Sie sich eine Datei, mit einem $B = (b, 0)$ verschieblich auf der x-Achse. Z.B. die GeoGebra-Datei afg-pascal.ggb.
Es gibt auch den Sonderfall mit zwei Kreisen konchoid-kreis-trivial.ggb.