In: Kurven erkunden und verstehen

Dörte Haftendorn, Springer 2017, **Website zum Buch**

3.1.5 Formenreichtum der Konchoiden

Aufgabe 3.3 **Erkunden von Konchoiden zu allerlei Wanderkurven C.**
Sie können das Folgende durchaus in einer einzigen GeoGebra-Datei experimentieren, eine solche finden Sie auf der Website zum Buch.

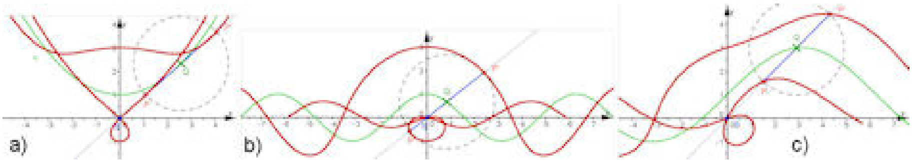


Abb. 3.3 Abb.3.8 Allgemeine Konchoiden als Anregungen zu Aufgabe 3.3 a) einer Parabel, b) einer Kosinuskurve, c) einer variierten Sinuskurve

Die Variation der Parabel aus Abb. 3.7birgt schon viele Überraschungen. Aber Sie brauchen lediglich den Eintrag für die Wanderkurve zu ändern, um ganz eigene Kreationen hervorzubringen. Alle geometrischen Konstruktionselemente sind sofort auf die neue Kurve oder Funktion bezogen.

1. Wählen Sie zunächst andere Leinenlängen k.
2. Wählen Sie andere Höhenlagen a der Parabel.
3. Wählen Sie andere Parabeln. Diese dürfen einen Parameter a enthalten.
4. Geben Sie in GeoGebra die in Abb. 3.7gezeigte Gleichung mit Schiebereglern für a und k ein. Achten Sie (über den Eigenschaften-Dialog) darauf, dass a kleine Werte wie z. B. 0.1 annehmen kann. Finden Sie Ihre Lieblingsform.
5. Wählen Sie überhaupt andere Funktionen, wie es in Abb. 3.8gezeigt ist.

Hinweis

Beachten Sie den Hinweis zu Aufgabe 3.2.
Auch die Herleitung der angegeben Gleichung finden Sie unten. ◀

Lösung Die GeoGebra-Dateien finden auf der Seite „Konchoiden“ im Menu. Dort ist auch die nach der Gleichung aufzeichnete Kurve in GeoGebra.

eins = v == $-1/4u$^2 $- a$

zwei = $(x-u)$^2 + $(y-v)$^2==k^2

drei = yu == xv

$v == -a - \frac{u^2}{4}$

$(-u+x)^2 + (-v+y)^2 == k^2$

$$uy == vx$$

$$\mathbf{lo = Eliminate[\{eins, zwei, drei\}, \{\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}\}]}$$

$$a^2\left(16x^4+32x^2y^2+16y^4\right)+a\left(8k^2x^4+8x^6+32x^4y+8k^2x^2y^2+16x^4y^2+64x^2y^3+8x^2y^4+32y^5\right) =$$

$$-k^4x^4+2k^2x^6-x^8+8k^2x^4y-8x^6y+16k^2x^2y^2-16x^4y^2+2k^2x^4y^2-2x^6y^2+8k^2x^2y^3-$$

$$16x^4y^3+16k^2y^4-32x^2y^4-x^4y^4-8x^2y^5-16y^6$$

$$\mathbf{lolinks = Subtract@@(lo)}$$

$$k^4x^4-2k^2x^6+x^8-8k^2x^4y+8x^6y-16k^2x^2y^2+16x^4y^2-2k^2x^4y^2+2x^6y^2-$$

$$8k^2x^2y^3+16x^4y^3-16k^2y^4+32x^2y^4+x^4y^4+8x^2y^5+16y^6+a^2\left(16x^4+32x^2y^2+16y^4\right)+$$

$$a\left(8k^2x^4+8x^6+32x^4y+8k^2x^2y^2+16x^4y^2+64x^2y^3+8x^2y^4+32y^5\right)$$

$$\mathbf{lolinkss = FullSimplify[lolinks]}$$

$$16a^2\left(x^2+y^2\right)^2+8a\left(x^2+y^2\right)\left(k^2x^2+\left(x^2+4y\right)\left(x^2+y^2\right)\right)+$$

$$\left(k^2-x^2-y^2\right)\left(k^2x^4-\left(x^2+4y\right)^2\left(x^2+y^2\right)\right)$$

Mit Hinsehen umsortiert:

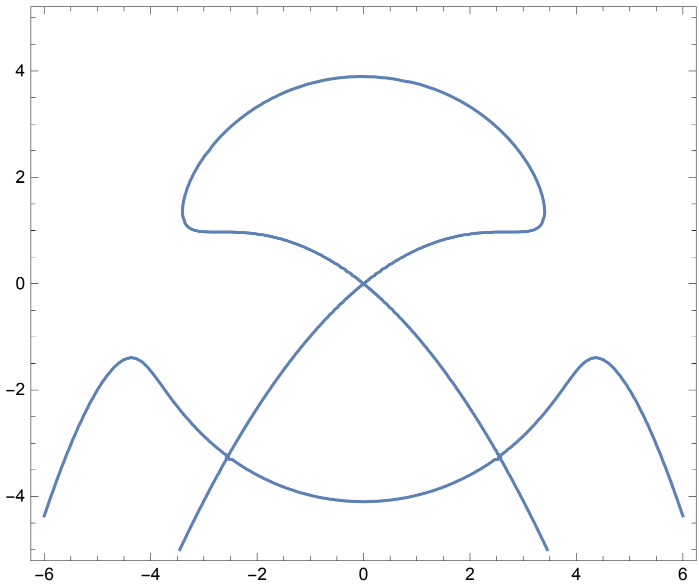
$$\mathbf{kurve} = \boldsymbol{\left(x^2+y^2\right)\left(16a^2\left(x^2+y^2\right)+8a\left(k^2x^2+\left(x^2+4y\right)\left(x^2+y^2\right)\right)+\left(x^2+4y\right)^2\left(-k^2+x^2+y^2\right)\right)}$$

$$\left(x^2+y^2\right)\left(16a^2\left(x^2+y^2\right)+\left(x^2+4y\right)^2\left(-k^2+x^2+y^2\right)+8a\left(k^2x^2+\left(x^2+4y\right)\left(x^2+y^2\right)\right)\right) ==$$

$$k^2x^4\left(-k^2+x^2+y^2\right)$$

$$\boldsymbol{a} = \mathbf{0.1}; \boldsymbol{k} = \mathbf{4; ContourPlot[kurve//Evaluate, \{\boldsymbol{x}, -6, 6\}, \{\boldsymbol{y}, -5, 5\}, AspectRatio \rightarrow Automatic]}$$

$$\boldsymbol{a}\mathbf{=.;}\ \boldsymbol{k}\mathbf{=.}$$



ZeichnungausGeoGebra, passt

Mathematica-Datei cover-kurve.nb Die Mathematica-Datei hierzu und eine entsprechende *.pdf sind auch im Menu verlinkt.