

Kurven erkunden und verstehen

In: **Kurven erkunden und verstehen**
 Dörte Haftendorn, Springer 2017, [Website zum Buch](#)

5.1.4 Das gefangene Zweiblatt

Aufgabe 5.3 Zweikeimblatt im Wind

Buchen und viele andere Pflanzen sind „zweikeimblättrig“, als Erstes entfalten sich zwei Blättchen. Lassen Sie sich überraschen, wie sich beim Ziehen von A das mathematische Zweikeimblatt „im Wind“ bewegt.

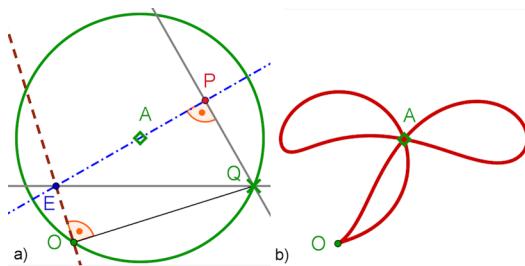


Abb. 5.2 Zweikeimblatt im Wind

Zu einem freien Punkt A wird Q zugfest auf einen Kreis um A durch den Ursprung O gesetzt. Die Senkrechte auf OQ in O schneidet die Parallelen zur x -Achse durch Q in E . P ist der Fußpunkt des Lotes von Q auf die Gerade EA . Die Ortskurve von P bezüglich Q ist das Zweikeimblatt.

Bewegen Sie A frei in der Ebene. Überlegen Sie, warum das Zweikeimblatt nie aus seinem Erzeugungskreis herausragt.

Liegt A auf der x -Achse, kommt eine Lemniskate heraus. Ist es die Lemniskate von Bernoulli (siehe Abschnitt 4.4.1)?

Hinweis

Ergänzen Sie evtl. B so, dass $A \in \overline{EB}$ ist. Eine Gleichung für das Zweikeimblatt müsste den Grad sechs haben. Die Suche danach ist nicht vielversprechend.

Lösung: Dies ist wieder eine Aufgabe, die man **wirklich hantieren** muss.

Das Blatt kann nicht aus dem Kreis heraus. Um das zu zeigen seien B und B' die Schnittpunkte des Wanderkreises mit EA , wie im Hinweis. Eine Senkrechte in B oder B' auf EA ist dann Tangente an den Kreis, trifft keinen weiteren Kreispunkt, also auch nicht Q . Damit muss P als Lotfußpunkt zwischen B und B' liegen, also innerhalb des Kreises.

Liegt A auf der x -Achse, entsteht eine Lemniskate, die ganz deutlich **keine rechten Winkel** der Tangenten im Doppelpunkt hat. Die Abszisse von A hat dabei keinen Effekt auf die Form der Lemniskaten, sie bewirkt lediglich eine Maßstabsveränderung.