In: Kurven erkunden und verstehen

Dörte Haftendorn, Springer 2017, **Website zum Buch**

7.7.2 Spannende Weiterführungen und Aufgaben

Aufgabe 7.10 Das breite Kreuz

Das breite Kreuz wird von einem Kreis mit variablem Radius geschnitten. Gesucht ist der geometrische Ort der vier symmetrisch gelegenen Punkte P, P', P'', P''', siehe Abb. 7.28 b) im Buch S.218 oder Abb 7.16 a) (hier).

Versuchen Sie, eine Gleichung für die Ortskurve in Abhängigkeit von a, b, $r = \overline{OQ}$ aufzustellen.

Hinweis

Bei [Schupp 2000,S. 66, Bspl. 2] steht diese Aufgabe „umgekehrt". Die rechte Ecke bei P ist fest und gesucht ist der geometrische Ort der Mittelpunkte aller Kreise, die die orangefarbene und die violette Sehne aus den Schenkeln des rechten Winkels ausschneiden. Schupps Version ist leicht zu rechnen aber schwer zu konstruieren. ◀

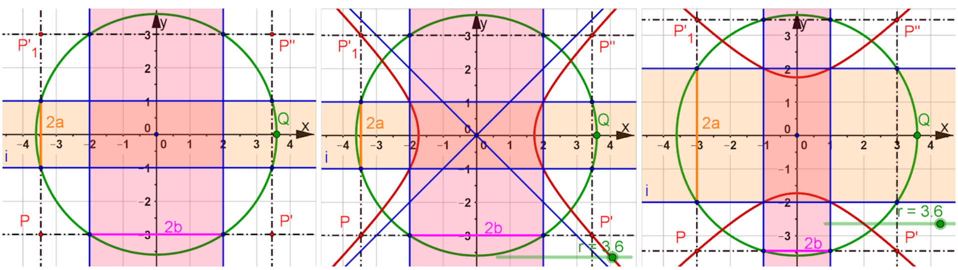

Abb. 7.16 Aufgabe 7.10 Das breite Kreuz Lösungen mitte und rechts für $a = 1$ und $b = 2$, bzw. umgekehrt. Das Aysymptotenkreuz ist Lösung für $a = b$.

Lösung: Es ist günstig, r direkt als Schieberegler zu verwirklichen und die beiden Geraden $y = \pm a$ und $y = \pm b$ mit dem grünen Kreis $x^2 + y^2 = r^2$ zum Schnitt zu bringen. Subtraktion der Gleichungen $x^2 + a^2 = r^2$ und $b^2 + y^2 = r^2$ ergibt sofort die Hyperbelgleichung $x^2 - y^2 = b^2 - a^2$ und das ist schon die gesuchte Ortskurve. Für $a = b$ ist sie das rechtwinklige Geradenkreuz $y = \pm x$.

Wenn Sie, gelockt durch den Hinweis, zunächst die Parameterdarstellung $x^2(r) = r^2 - a^2$ und $y^2(r) = r^2 - b^2$ aufgestellt haben, erhalten Sie bei Elimination von r dieselbe Hyperbelgleichung.